



Kuriame
Lietuvos ateitį
2014–2020 metų
Europos Sąjungos
fondų investicijų
veiksmų programa



ŠVIETIMO,
MOKSLO
IR SPORTO
MINISTERIJA



NACIONALINĖ
ŠVIETIMO
AGENTŪRA

Projektas „Bendrojo ugdymo mokytojų bendrųjų ir dalykinių kompetencijų tobulinimas“
Projekto kodas 09.4.2-ESFA-V-715-02-0001.

PROBLEMŲ SPRENDIMO PASIEKIMŲ SRITIES SAMPRATA ATNAUJINTOJE PRADINIO UGDYMO MATEMATIKOS PROGRAMOJE

Dr. doc. Viktorija Sičiūnienė

Ko sieksime?

- Aptardami problemų sprendimo pasiekimų sritį atnaujintoje matematikos programoje, išskirsime raktinius žodžius.
- Susipažinsime su problemų sprendimo procesu ir jį atspindinčia problemų sprendimo schema (Sičiūnienė, 2017).
- Įgysime praktinių gebėjimų taikyti problemų sprendimo strategijas.
- Dalyvausime kūrybinėse dirbtuvėse, spręsdami probleminius uždavinius.



Ugdymo turinį valstybės lygmeniu reglamentuojančiame dokumente – Matematikos programoje (2022) parašyta, kad matematikos dalyko tikslas – ugdyti matematinį raštingumą, kuris reiškia mokinio įgytą gebėjimą „<...> *matematiškai samprotauti, taikyti ir interpretuoti matematiką sprendžiant problemas įvairiuose realiuose, aktualiuose ir mokiniams suprantamuose kontekstuose*“ (2022, p. ...).

Taigi, matematikos programa (2022) norima atkreipti didesnę dėmesį į aukštesnio lygio mąstymo gebėjimų ugdymą. Viena iš trijų programoje išskirtų pasiekimų sričių taip ir pavadinta *Problemų sprendimas*. Kitos dvi pasiekimų sritys – *Gilus supratimas ir argumentavimas* bei *Matematinis komunikavimas* – kalba apie pamatines žinias, mąstymo ir veikimo būdus, be kurių problemų sprendimas neįmanomas.

Problemų sprendimo gebėjimais vadinsime nuolatinę mąstymo veiklą, kurios metu mes naudojame tai, ką žinome, norėdami atrasti tai, ko nežinome. Tai apima ir kliūčių įveikimą generuojant hipotezes, tikrinant prognozes ir ieškant tinkamų sprendimų. Tai ir „žvilgsnis atgal“, kai sistemingai apmąstome, kaip turimus gebėjimus sekasi panaudoti naujomis aplinkybėmis ir ką tai mums reiškia tolimesnėje perspektyvoje.

- Kodėl problemų sprendimo gebėjimus ugdyti svarbu?
- Ką tai reiškia ugdytojams?

Problemų sprendimo gebėjimų konstruktas matematikos programoje

Iš pradžių aptarkime bendrą filosofiją, kuria buvo remtasi, konstruojant pasiekimų sritį *Problemų sprendimas*. Tam būtina aptarti tris esminius aspektus:

- kontekstų laukas;
- problemų sprendimo procesas;
- problemų sprendimo strategijos.

Kontekstų laukas

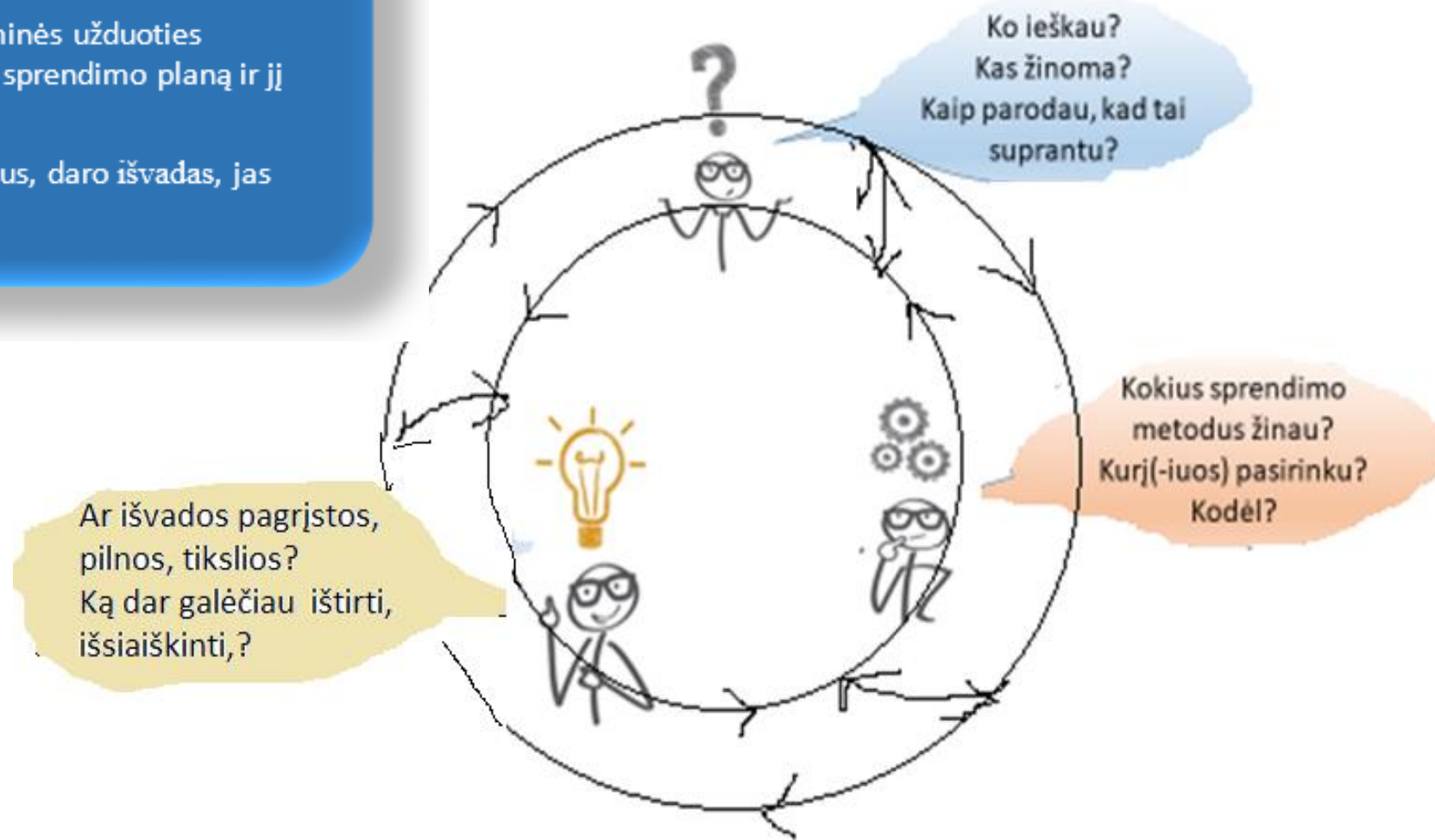
<p style="text-align: center;">Asmeninis</p> <p>Šio konteksto situacijos apima matematikos taikymą asmens, jo šeimos ar bendraamžių veiklose. Tai situacijos apie maisto gamybą, sportą, keliones, apsipirkimą, žaidimus, sveikatą, sveiką gyvenseną ir kt. Mokymo(si) turinyje minimas asmeninių finansų kontekstas taip pat priskiriamas šiai kontekstų rūšiai.</p>	<p style="text-align: center;">Profesinis</p> <p>Šiam kontekstui priskiriamos situacijos, susijusios su profesinių veiklų pasauliu. Tiktų situacijos apie reikiamų statybinių medžiagų kiekio ir kainos skaičiavimus (statyba), apie darnius miestus ir gyvenvietes (architektūra ir dizainas) ir kt.</p>
<p style="text-align: center;">Visuomeninis</p> <p>Šio konteksto tematika susijusi su pasaulio, valstybės ar vietos bendruomene. Tai situacijos, apie rinkimų sistemą, viešąjį transportą, skurdo ir bado problemas pasaulyje, reklamą ir kt. Šio konteksto užduotys turėtų būti orientuotos į visuomenės tendencijas ir perspektyvą.</p>	<p style="text-align: center;">Mokslinis</p> <p>Šio konteksto situacijos susijusios su mokslu bei technika. Tiktų užduotys apie klimato kaitos prevenciją, darnią energetiką, aplinkos apsaugą, ekosistemų, biologinės įvairovės apsaugą, mediciną, visatą, pažangias technologijas ir kt. Vidinės integracijos matematikoje atvejai taip pat priskirtini šiam kontekstui.</p>

Problemy sprendimo procesas

C1. Analizuoja įvairias problemines situacijas, pasiūlo matematinį modelį problemai išspręsti.

C2. Pasiūlo, vertina alternatyvias probleminės užduoties sprendimo strategijas, sudaro užduoties sprendimo planą ir jį įgyvendina.

C3. Įvertina matematinės veiklos rezultatus, daro išvadas, jas interpretuoja.



Problemų sprendimo procesas



ISIGILINIMAS, t. y. problemos išsiaiškinimas. Analizuojama probleminė situacija ir suformuluojama problema; išskiriama esminė informacija ir nustatoma, ar pakankamai yra duomenų (gal jų yra per daug ar per mažai); numatoma, kur ir kaip galima būtų rasti trūkstamus duomenis.



VEIKIMAS, t. y. plano sudarymas ir jo įgyvendinimas. Tai metodų, galimų veikimo būdų numatymas, pasirinkimas ir išbandymas, kol randamas priimtinas rezultatas.



ŽVILGSNIS ATGAL, t. y. sprendinio apmąstymo etapas. Patikrinama, ar gautasis atsakymas pagrįstas ir protingas, ar tikrai atsakyta į iškeltą klausimą, ar atsakyta pilnai. Gal yra ir kitų problemos sprendimo būdų? (Daugeliu atvejų problemos praplėtimas yra įdomesnis, vertingesnis nei pradinė problema.)

Problemų sprendimo schema atspindi problemų sprendimo procesą

C1. Analizuoja įvairias problemines situacijas, pasiūlo matematinį modelį problemai išspręsti.

C2. Pasiūlo, vertina alternatyvias probleminės užduoties sprendimo strategijas, sudaro užduoties sprendimo planą ir jį įgyvendina.

C3. Įvertina matematinės veiklos rezultatus, daro išvadas, jas interpretuoja.

Kaip suprantame?

- Ką reikia rasti?



Kaip spręsimė?

- Kokia informacija žinoma?
- Kokį metodą galime taikyti?



Sprendžiame.

- Taikome pasirinktą metodą.
- Kokį atsakymą gavome?



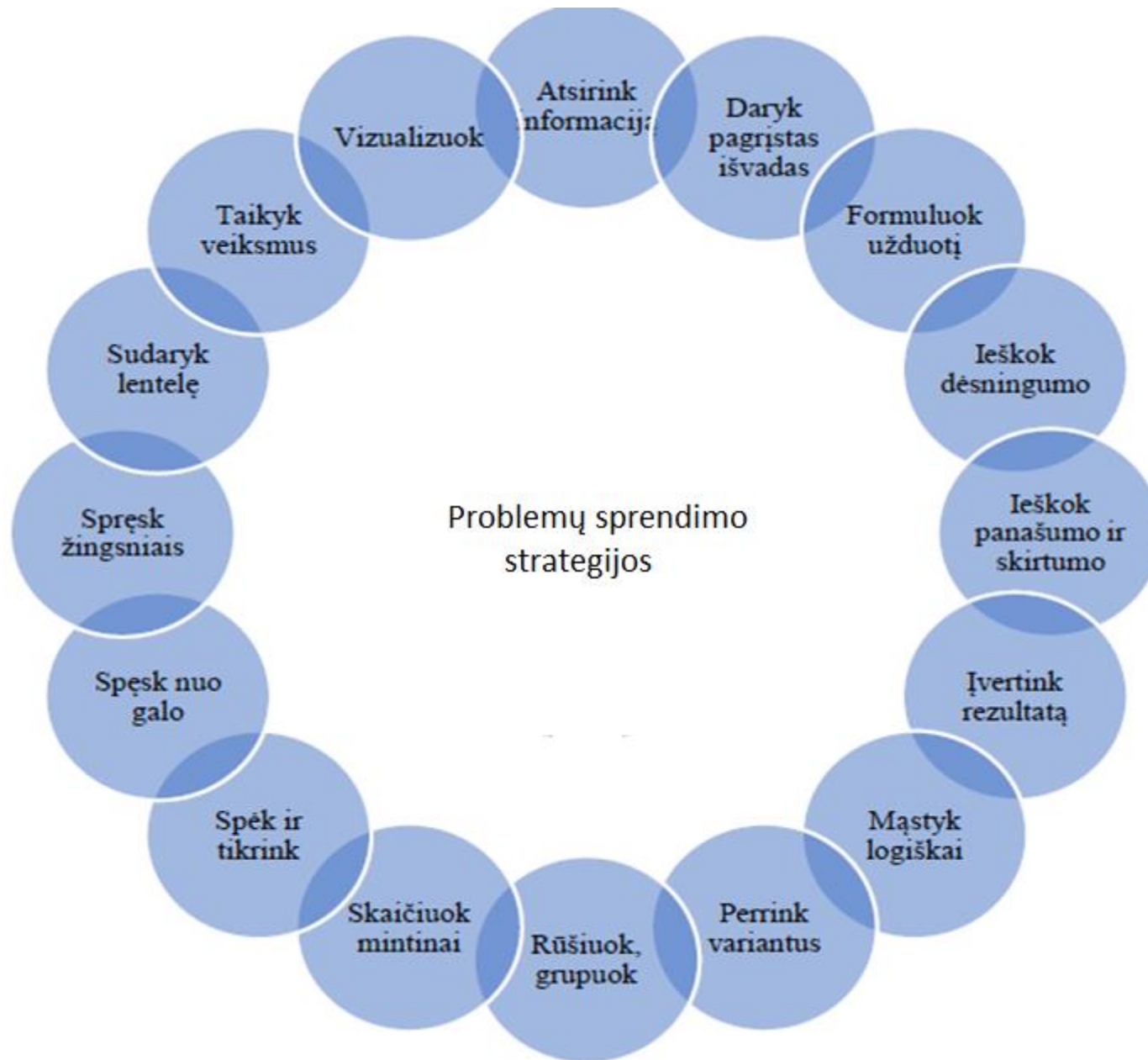
Įsitikiname, kad atsakymas teisingas.
Pasitikriname.



Užrašome atsakymą.

Ats.: .





Vizualizuok matematiškai

Matematinės vizualizacijos formos: schema, lentelė, diagrama, brėžinys.

Užduoties pavyzdys

1.1. Sesės Dovilė ir Kamilė kolekcionuoja pašto ženklus. Dovilė jų turi 217, o Kamilė – 85 pašto ženklais daugiau. Kiek jų turi abi mergaitės?

Strategijos taikymas

Nubraižykime schema:



Pasiteiraukime:

- ✓ Ką schemoje vaizduoja juostelės?
- ✓ Ką schemoje žymi skaičius 85?
- ✓ Ar įmanoma vienu veiksmu atsakyti į uždavinio klausimą? Kodėl?

1.2. Pasitarę klasės draugai nusprendė pirkti 10 guašo rinkinių ir 40 pieštukų. Guašo rinkinio kaina - 6 eurai, o vieno pieštuko - 2 eurai. Kiek kainuos visas pirkinys?

Nubrėškime lentelę ir pasiūlykime joje surašyti duomenis.

Prekė	Prekių skaičius	Vieneto kaina	Visų tos rūšies prekių kaina
Guašo rinkinys			
Pieštukas			
Viso pirkinio kaina:			

Pasiteiraukime:

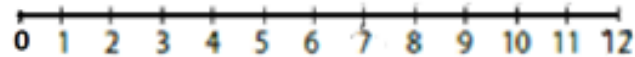
- ✓ Ar pilnai užpildę lentelę, galime teigti, kad išsprendėme uždavinį?
- ✓ O kokią lentelę braižytume, jeigu būtų perkamos trijų, keturių rūšių prekės?

Pasitelk žinomą metodą, modelį, manipulatorių

Metodu vadiname pastovų veikimo būdą, kuris leidžia pasiekti rezultatą veikiant panašiomis, analogiškomis į mokomąsias sąlygomis.

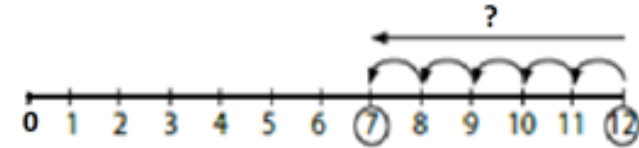
Užduoties pavyzdys

2.1. Kaip išspręsti lygtį $12 - x = 7$, pasitelkus tam skaičiaus spindulio modelį?



Strategijos taikymas

Pažymėkime skaičių spindulyje skaičius 12 ir 7 taškais, tada nubrėžkime rodyklę nuo skaičiaus 12 iki skaičiaus 7.



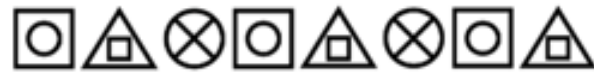
- ✓ Ką reiškia brėžinyje pavaizduota rodyklė?
- ✓ Ar mokiniai galėtų pasiūlyti kokią kitą modelį lygties nežinomajam surasti? (Mokiniai galėjo paimti dvylika riešutų, tada atskirti tiek riešutų, kiek turi likti (7). Beliks suskaičiuoti riešutus, kuriuos reikės atimti.

Pasitelk žinomą metodą, modelį, manipuliatorių

Metodu vadiname pastovų veikimo būdą, kuris leidžia pasiekti rezultatą veikiant panašiomis, analogiškomis į mokomąsias sąlygomis.

Užduoties pavyzdys

3.1. Nupiešk dar vieną figūrą:



Strategijos taikymas

Pasiūlome pirmą figūrą pažymėti raide A, o tada surasti visas tokias pačias (lygias) figūras sekoje ir pažymėti šia raide. (Tikėtina, kad mokiniai pasiūlys raidėmis B ir C pažymėti kitas skirtingas figūras.)



- ✓ Kokių raidžių grupė pasikartoja? (ABC)
- ✓ Kokia toliau eitų raidė (ir figūra)? (C raide pažymėta figūra)

Atsirink informaciją

Atsirinkti informaciją galima įvairiai: pabraukiant raktinius žodžius, išbraukiant nereikalingą informaciją, apibraukiant mus dominančius faktus.

Užduoties pavyzdys

Remdamasis tekstu, nustatyk, kiek pilnų metų praėjo nuo tekste minimų dangoraižių pastatymo?



Europos bokštas – pirmasis ir aukščiausias dangoraižis Baltijos šalyse. Jo aukštis – 148,30 metro. Pastatas buvo užbaigtas ir oficialiai atidarytas 2004 metų gegužės 1-ąją, švenčiant Lietuvos įstojimą į Europos Sąjungą. 2006 m. rugsėjo 1 d. Alenas Robertas, pramintas žmogumi voru, iš rytinės pusės užkopė į dangoraižį.

Pirmasis istorijoje dangoraižis, pastatytas 1885 m. Čikagoje (JAV), vadinosi „Home Insurance Building“. Iš pradžių jis buvo dešimties aukštų ir siekė 42 metrus. Dar du aukštai pastatyti 1890 metais. Deja, pirmasis pasaulio dangoraižis neišliko. 1931 m. jis buvo nugriautas ir jo vietoje pastatytas naujas 45 aukštų pastatas.



Strategijos taikymas

Europos bokštas – pirmasis ir aukščiausias dangoraižis Baltijos šalyse. Jo aukštis – 148,30 metro. Pastatas buvo užbaigtas ir oficialiai atidarytas 2004 metų gegužės 1-ąją, švenčiant Lietuvos įstojimą į Europos Sąjungą. 2006 m. rugsėjo 1 d. Alenas Robertas, pramintas žmogumi voru, iš rytinės pusės užkopė į dangoraižį.

Pirmasis istorijoje dangoraižis, pastatytas 1885 m. Čikagoje (JAV), vadinosi „Home Insurance Building“. Iš pradžių jis buvo dešimties aukštų ir siekė 42 metrus. Dar du aukštai pastatyti 1890 metais. Deja, pirmasis pasaulio dangoraižis neišliko. 1931 m. jis buvo nugriautas ir jo vietoje pastatytas naujas 45 aukštų pastatas.

Performuluok, suskaidyk į dalis

Kartais uždavinį
lengviau išspręsti, jį
pakeičiant tapačiu pagal
prasmę ar sudėliojant
kaip kelių paprastesnių
žingsnių seką,
performuluojant savais
žodžiais.

Užduoties pavyzdys



Ar atpažinsi mane?

6.1.

Esu triženklis, mažesnis už 400, lyginis
skaičius. Kiekvienas mano skaitmuo
mažesnis už 5, du iš jų sutampa, o visų trijų
suma lygi 9.

Strategijos taikymas

1. Esu triženklis lyginis skaičius.
2. Esu mažesnis už 400.
3. Kiekvienas mano skaitmuo < 5 .
4. Lygiai du mano skaitmenys lygūs.
5. $\text{š} + \text{d} + \text{v} = 9$.

š	d	v

Pst. galima ir kita žingsnių seka.

6.2. Bendras 2 rašiklių ir 3 trintukų ilgis 45
cm. Bendras 6 trintukų ir 2 rašiklių ilgis 60
cm. Koks 3 trintukų ilgis?

2 rašiklių ir 3 trintukų ilgis 45 cm

2 rašiklių ir 6 trintukų ilgis 60 cm.

3 trintukų ilgis ... cm

Spręsk nuo galo.

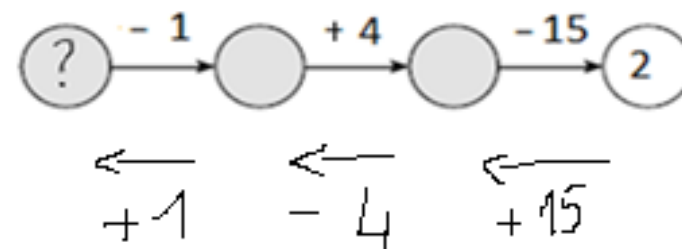
Pradedama galvoti nuo rezultato: kaip gi elgtis kiekviename žingsnyje, kad jį gautume.

Siekama atsidurti galutinį pergalingą žingsnį užtikrinančioje pozicijoje, tada galvojama, kokia turėtų būti pergalinga pozicija prieš tai ir t. t.

Užduoties pavyzdys

7.1. Pirmoje stotelėje į autobusą įlipo būrys žmonių ir jis pajudėjo. Kai antroje stotelėje išlipo 1 žmogus, antroje – įlipo 4 žmonės, o trečioje – išlipo 15 žmonių, liko važiuoti 2 žmonės. Kiek žmonių įlipo pirmoje stotelėje?

Strategijos taikymas



7.2. Kairiajame languotos juostos 1×100 langelyje guli 3 sagos.

Dviese žaidžia tokį žaidimą: kiekvienas vienu ėjimu gali perkelti bet kurią vieną sagą į dešinę per bet kokį langelių skaičių. Pralaimi tas, kuriam nelieka kur eiti. Kuris žaidėjas – pirmas ar antras – protingai žaisdamas laimės?

PAŽAISKIME

Spėk ir tikrink

Rasti atsakymą į uždavinio klausimą galima tiesiog nagrinėjant, išbandant atskirus, atsitiktinius atvejus

Užduoties pavyzdys	Strategijos taikymas
$12 - x = 7, \quad x = ?$	Spėju: $x = 3$. Tikrinu: $12 - 3 = 9$ (netinka).
	Spėju: $x = 5$. Tikrinu: $12 - 5 = 7$ (tinka).

Donatas, Tomas ir Vaiva kartu turi 59 kompaktines plokšteles. Donatas plokštelių turi 5 mažiau negu Tomas, o Vaiva – 3 mažiau negu Donatas. Kiek kompaktinių plokštelių turi kiekvienas vaikas?

Iš sąlygos aišku, kad daugiausia plokštelių turi Tomas, mažiausiai – Vaiva:

Vaivos $\xrightarrow{+3}$ Donato $\xrightarrow{+5}$ Tomo.

Pabandykime užpildyti lentelę, spėdami sprendinius ir tikrindami jų sumą.

Vaivos	Donato	Tomo	Suma
1	4	9	$14 \neq 59$ (per mažai)
10	13	18	$41 \neq 59$ (per mažai)
17	20	25	$62 \neq 59$ (per daug)
16	19	24	$59 = 59$

Atsakymas: Vaiva turi 16, Donatas – 19, Tomas – 24 kompaktines plokšteles.

**Mąstyk nuosekliai,
perrink tvarkingai**

Sugalvojama sistema,
kaip išsirašyti, perrinkti
visus galimus atvejus,
sudaryti tvarkingą sąrašą.

Tėtis norėjo vaikams padalinti lipdukus. Jei kiekvienas vaikas gautų po 8 lipdukus, jam liktų 3 lipdukai. Jei kiekvienas vaikas gautų 11 lipdukų, jam reiktų dar 9 lipdukų. Kiek buvo vaikų?

Vaikų skaičius	1	2	3	4	...
Jei kiekvienas gautų po 8 lipdukus	8	16	24	32	...
Jei kiekvienas gautų po 11 lipdukų	11	22	33	44	...
Jei kiekvienas gautų po 8 lipdukus (+ 3)	11	19	27	35	...
Jei kiekvienas gautų po 11 lipdukų (- 9)	2	13	24	35	...

Mąstyk nuosekliai, perrink tvarkingai

Sugalvojama sistema,
kaip išsirašyti, perrinkti
visus galimus atvejus,
sudaryti tvarkingą sąrašą.

Užduoties pavyzdys

Aidas renkasi kuriuos **du iš trijų** siūlomų būrelių lankys: lauko teniso, dviračių sporto ar beisbolo. Kiek jis turi pasirinkimo variantų?

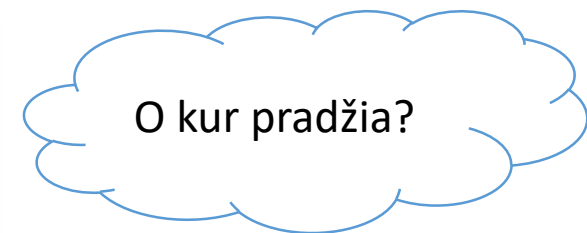
Strategijos taikymas



Atsigręžk, pasitikrink.
Pagalvoti, kaip galima
pasitikrinti, kad išspęsta
teisingai, pilnai atsakyta
į uždavinio klausimą.

Bitutė-bee kambarius turi sutvarkyti jų numerių didėjimo tvarka.
Nupiešk, kaip ji judės. Parašyk komandų seką.

33	6	39	21	67

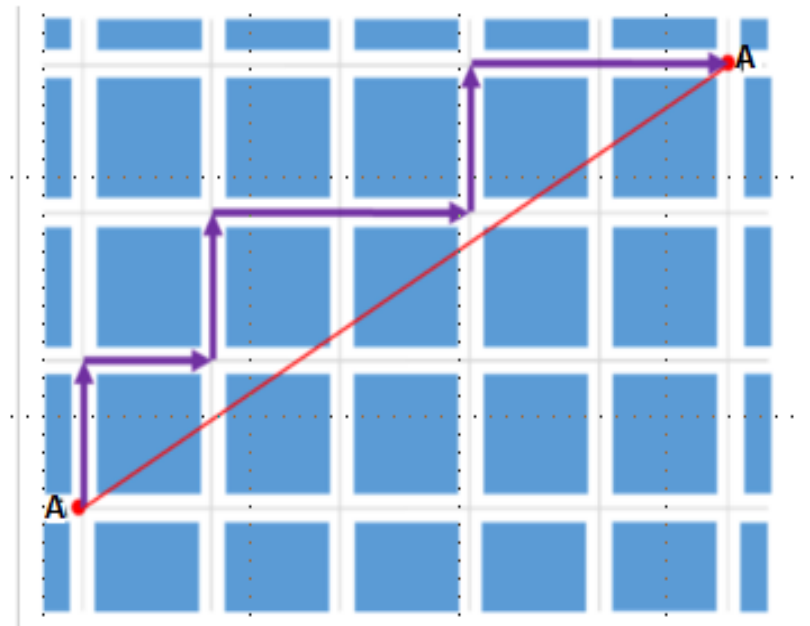
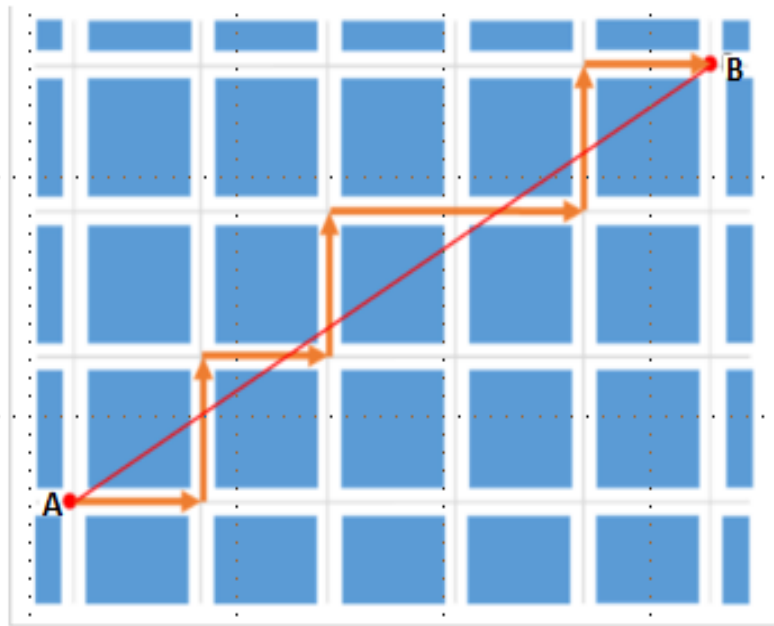
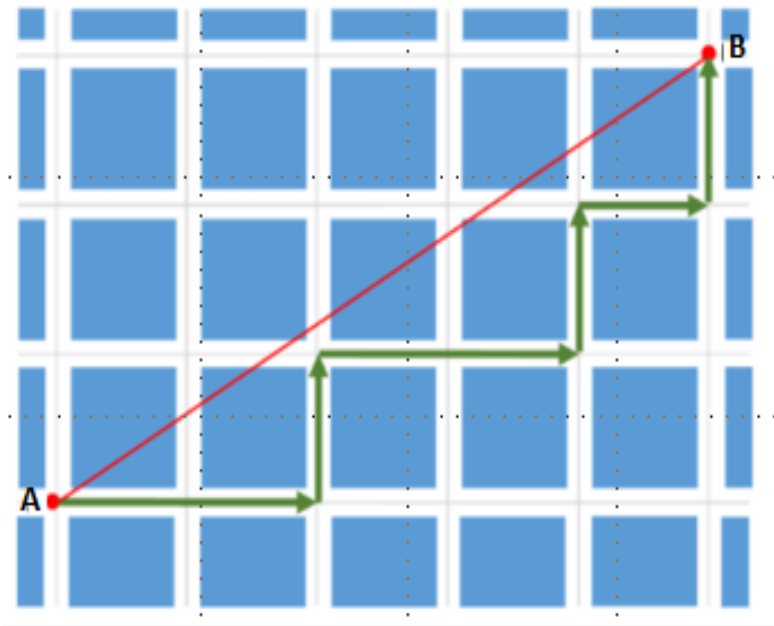


Atsigrėžk, įvertink sprendimą.

Jei gali, jį supaprastink.

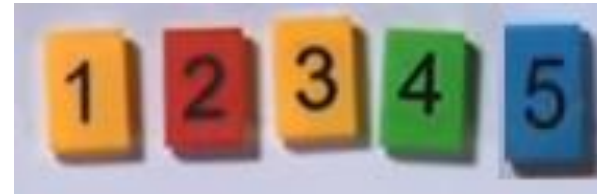
Interpretuok atsakymą, ieškok bendresnio atvejo.

Pavaizduotas miesto gatvių tinklas. Ieškoma trumpiausio maršruto iš A į B. Jau yra pasiūlyti trys variantai. Ar pasirinktumei kurį iš jų ir kodėl?



Kūrybinės dirbtuvės

1. Sudėliok pavaizduotas penkias kaladėles taip, kad vertikaliai ir horizontaliai gautum tokią pačią sumą.



2. Džiunglių čiabuvis Kukas iš bambuko pasigamino 20 tokio paties ilgio tvoros segmentų. Jais ketina aptverti kuo didesnio ploto stačiakampį žemės sklypą. Ką Kukui patartum?



- Visi vaikai dirba skirtingu tempu ir, jei pajutote, kad jie neramūs, pasiūlykite išspręsti įtraukiančią probleminę užduotį.
- Neskubinkite. Skatinkite vaikus užduoti daug klausimų ir suteikite jiems pakankamai galimybių dalintis idėjomis, kalbėtis apie savo darbus, mokytis iš kitų.
- Svarbiausia, kad vaikams patiktų siūlomos veiklos ir jie smagiai praleistų laiką.

